Ενδεικτικές Απαντήσεις Πανελληνίων Θεμάτων ΕΠΑΛ 2009
Μαθηματικά Ι

Πανελλήνιες 2009 Έκκεντρο Φροντιστηριακός Οργανισμός

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α. Ορισμός σελ. 134 σχολικού βιβλίου.

Β. α) Σ
β) Λ
γ) Λ
δ) Σ

Γ. α) (f o g)'(x) = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)
β) (cf)'(x)=cf'(x)
γ) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \left[\ln x\right]_{\alpha}^{\beta} = \ln\beta - \ln\alpha = \ln\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$

ΘΕΜΑ 2^{ο}

Α.

xi	νi	Ni	Fi%	xiνi
1	4	16	4	4
2	6	24	10	12
3	8	32	18	24
4	7	28	25	28
	ν=25			68

Β. δ=3

Γ. $\bar{x} = \frac{68}{25}$

Δ. Το ποσοστό των μαθητών που διάβασε τελικά τουλάχιστον δύο (2) βιβλία είναι: (24+32+28)%=84%

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Α. $F'(x) = \left(-x^2 + 6x + 8\right)' = -2x + 6$

Β. $F'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 6 = 0 \Rightarrow -2x = -6 \Rightarrow x = 3$

x	-ω	3	+ω
F'(x)	+	0	-
F(x)	↗	|	↘

Τ.Μ.

Γ. Η F παρουσιάζει στο $x_0=3$ τοπικό μέγιστο.

Δ.

$$\int_0^3 F(x)dx=\int_0^3\left(-x^2+6x+8\right)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}+8x\right]_0^3=\left[-\frac{x^3}{3}+3x^2+8x\right]_0^3=$$

$$=\left[-\frac{3^3}{3}+3\cdot 3^2+24\right]-\left[0\right]=42$$

<u>ΘΕΜΑ 4ο</u>

Α. $\alpha=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}=\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{(x+1)(x+2)}{(x+1)}=\lim\limits_{x\to-1}(x+2)=1$

Β.

α) Για α=1 η συνάρτηση γίνεται $F(x)=x^3+4x+2e^x$ οπότε $F'(x)=3x^2+4+2e^x$

β) $3x^2+4+2e^x>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$, άρα $F'(x)>0$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$.
Επομένως η συνάρτηση F είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$.

γ) Αν $x\in[2,4]$ τότε η $F(x)=x^3+4x+2e^x>0$

ή εναλλακτικά από την μονοτονία της F

F γνησίως αύξουσα, άρα:

$2\le x\le 4$

$F(2)\le F(x)\le F(4)$

$2^3+4\cdot 2+2e^2\le F(x)\le 4^3+4\cdot 4+2e^4$

$16+2e^2\le F(x)\le 80+2e^4$

Άρα F(x)>0 για κάθε $x\in[2,4]$ οπότε το εμβαδόν που ζητείται είναι:

$$\int_0^4 F(x)dx=\int_2^4\left(x^3+4x+2e^x\right)dx=\left[\frac{x^4}{4}+2x^2+2e^x\right]_2^4=$$

$$=\left(4^3+2\cdot 4^2+2e^4\right)-\left(4+2\cdot 2^2+2\cdot e^2\right)=84+2e^4-2e^2 \text{ τ.μ.}$$

Πανελλήνιες 2009
Φροντιστηριακός Οργανισμός